**Урок геометрии "Угол между плоскостями"**

**Тип урока**: урок изучения нового материала и первичного закрепления знаний.

**Оборудование**: компьютер, мультимедийный проектор, карточки, чертежи.

**Задачи урока**:

* **Обучающая -**повторить определение угла между прямой и плоскостью, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о трёх перпендикулярах , ввести определение угла между плоскостями, доказать, что угол между плоскостями не зависит от выбора точки на прямой пересечения плоскостей.
* **Воспитательная –** следить за чёткостью, аккуратностью, правильным выполнением чертежей, видеть связь между различными прямыми, плоскостями, воспитывать внимание, трудолюбие.
* **Развивающая**– развивать логическое мышление, уметь выделять главное, делать выводы, обобщать, развивать монологическую речь.

**План урока**

1. Организационный момент.
2. Проверка домашнего задания и устные упражнения ( подготовка учащихся к восприятию нового материала.
3. Изучение нового материала.
4. Решение задач - первичное закрепление материала.
5. Решение задач с оформлением решения учителем у доски
6. Запись домашнего задания.
7. Проведение самостоятельной работы с проверкой в классе.
8. Подведение итогов, выставление оценок.

**Содержание урока**

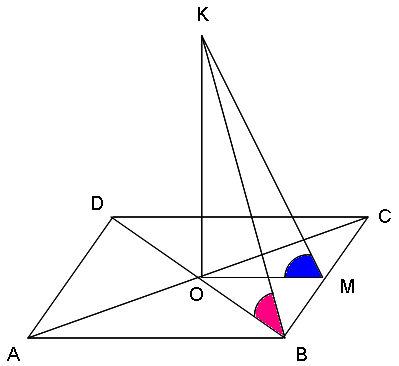
1. **Организационный момент.**
2. **а) Устные упражнения**.

- К плоскости прямоугольника через точку пересечения его диагоналей проведён перпендикуляр ОК. Ответить на следующие вопросы:

* Назвать угол между прямой KB и плоскостью прямоугольника;
* Назвать угол между прямой КМ и плоскостью прямоугольника, где- середина стороны ВС;
* Чему равен угол между прямыми КМ и CB?
* Чему равен угол между плоскостью КОМ и прямой CB?

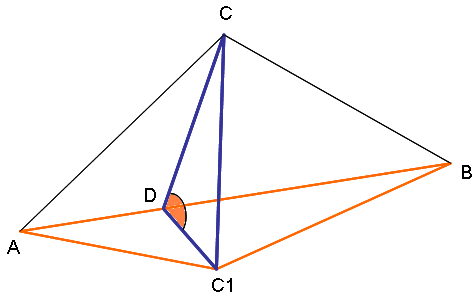
(При ответе на первые два вопроса повторяется определение между прямой и плоскостью, при ответе на третий вопрос учащимся необходимо применить теорему о трёх перпендикулярах, при ответе на  четвёртый вопрос повторяется признак перпендикулярности прямой и плоскости).

*Рассмотрим ответы на поставленные вопросы:*   
(См. рисунок №2.)  
Решение задачи подготовлено в виде слайда.  
*1.*  Угол между прямой KB и плоскостью (АВС)- это угол КВО, т.к. ( по определению)угол между прямой и плоскостью- это угол между этой прямой и её проекцией на плоскость. KO - перпендикуляр, OB - проекция наклонной КВ на плоскость АВС.  (При ответе на вопрос следует требовать от учащихся чёткого применения алгоритма нахождения угла между прямой и плоскостью.)  
*2*.  1) М- это точка пересечения прямой КМ с плоскостью (АВС), т.е.   
(АВС) ∩ КМ = М.  
2) КО ┴ (АВС); (АВС) ∩ КО = О,  
3) Соединяем точку О с точкой  М, имеем ОМ- проекция КМ на плоскость (АВС), значит угол между прямой КМ и плоскостью (АВС) есть угол КМО.  
*3.*KO - перпендикуляр, KM- наклонная, OM - проекция. Прямая CB проходит через основание наклонной и лежит в плоскости АВС, CB ┴ ОМ, т.е. CB перпендикулярна проекции ОМ, значит по теореме о трёх перпендикулярах CB ┴ КМ, значит угол между прямой CB и КМ  прямой.   
*4***.**Воспользуемся признаком перпендикулярности прямой и плоскости:  
CB ∩ (КОМ) = М; прямые ОМ и КМ проходят через точку пересечения прямой СВ и (КОМ); ОМ ┴ СВ; КМ ┴ СВ, значит по теореме СВ ‌┴‌ (КОМ), следовательно угол между прямой СВ и плоскостью (КОМ) –прямой.



**Рисунок №1**

**2.  б) Проверка домашнего задания.**  
Через гипотенузу AB прямоугольного треугольника АВС проведена плоскость β. Высота СД данного треугольника образует с плоскостью β угол 60° . Найти площадь  АСВ, где СС┴ β, если АС = 5, АВ =12.(См. рисунок №2.)  
Решение задачи подготовлено в виде слайда.



**Рисунок №2**

Дано:

∆ АВС, угол АВС= 90°

CD ┴ AB

CC1 ┴ β

АС=5, AB=12

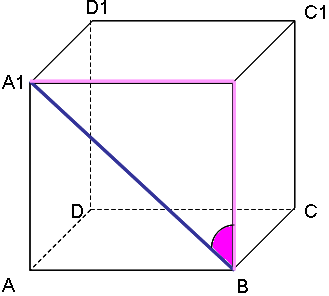
угол между прямой СD и плоскостью  равен 60°

Найти: S ∆ ABC1 .

Решение:

1. Отметим на чертеже угол между прямой СD и плоскостью β. СD ∩ β=D; СС1┴ β (по условию), значит DC1- проекция наклонной CD на плоскость β, значит по определению угла между прямой и плоскостью, угол CDC1- угол между прямой СD и плоскостью β; угол CDC1 =60° (по условию)
2. Рассмотрим треугольник АС1В. Докажем, что С1- высота  ∆ АС1В, т.е. С1D┴ АВ.  
   СD ┴ AB ( по условию), AB проходит через основание наклонной СD, значит по теореме обратной теореме о трёх перпендикулярах получаем, AB ┴ DС1, следовательно С1D- высота  ∆ АС1В.
3. (При проверке домашнего задания следует особое внимание уделить стереометрической части задачи, вычислительную часть, которая теперь уже не вызывает особых затруднений,  можно выписать на доске или подготовить в виде слайда без особых объяснений.)

Переход от этапа №2 к этапу №3

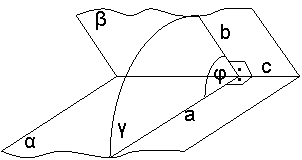


**Рисунок №3.**

На примере нахождения угла между прямой А1В и плоскостью ВВ1с повторяем чётко алгоритм нахождения угла между прямой и плоскостью. Воспользуемся этой идеей для определения угла между данными плоскостями.

1. **Изучение нового материала.**

Пусть данные плоскости пересекаются. (См. рисунок №4)



**Рисунок №4.**

Проведём третью плоскость, перпендикулярную линии пересечения плоскостей. Плоскость пресекает данные плоскости по двум прямым. Так вот:  
«угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями».   
- Как провести третью плоскость, перпендикулярную линии пересечения? Исходной теоремой, на которую мы будем опираться - это признак перпендикулярности прямой и плоскости.

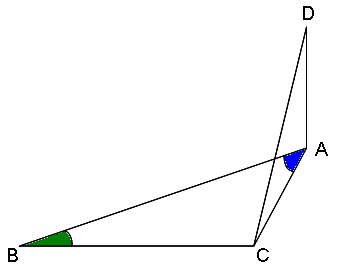
Итак, алгоритм нахождения угла между плоскостями:

1. Находим линию пересечения плоскостей.
2. Через точку на линии пересечения в каждой плоскости проводим прямые, перпендикулярные линии пересечения. Они однозначно задают секущую плоскость, которая по признаку перпендикулярности прямой и плоскости будет перпендикулярна линии пересечения.
3. Угол между прямыми а и в - есть угол между плоскостями.

**4.  Первичное закрепление материала.**  
(Задание предлагается в виде слайда)  
Дан куб АВСDА1B1C1D1. Вычислить угол между плоскостями:   
1) АDD1и АВС;  
2) А1ВС и АВС.  
Учащиеся проговаривают алгоритм и называют угол.

**5. Решение задачи с оформлением.**  
**Задача.**Через вершину острого угла прямоугольного треугольника АВС проведён перпендикуляр АD к его плоскости. Угол АВС=30°. Вычислить угол между плоскостями BAD и CAD

*Решение:*  
1. ∆АВС, угол C = 90°,угол АВС = 30°, значит угол САВ = 60°  
2. (BAD) ∩ (CAD) = DA. По условию DA ┴ (АВС), АС ┴ DA и ВА ┴ DА (DВА) ∩ (АВС) = AB; (DАС) ∩ (АВС) = АС, значит по определению угла между плоскостями угол ВАС искомый и угол ВАС = 30°.



**6. Запись домашнего задания.**

**7. Самостоятельная работа.**

**Вариант №1.**

Сторона AB квадрата АВСD лежит в плоскости а. DD1перпендикулярна плоскости α. Угол между плоскостью квадрата и плоскостью α равен φ . Выполнить чертёж, отметить угол между плоскостью квадрата и плоскостью α и обосновать, что отмеченный угол, есть угол между указанными плоскостями.

**Вариант №2.**

Через катет МР прямоугольного треугольника МРК проведена плоскость а. Угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен φ. Из вершины K на плоскость α опущен перпендикуляр КВ. Выполнить чертёж, отметить угол φ  и обосновать, что отмеченный угол, есть угол между указанными плоскостями.

**8. Подведение итога урока.**